

Bildungsstandards für Mathematik

8. Schulstufe

Das Kompetenzmodell zu Mathematik der Sekundarstufe 1 ist legislativ verankert in der Anlage zur Verordnung zu den österreichischen Bildungsstandards vom 1. Jänner 2009¹.

Eine umfassende Darstellung des Kompetenzmodells, ausgehend von der bildungstheoretischen Orientierung (Stichworte: Lebensvorbereitung und Anschlussfähigkeit) bis hin zu 48 illustrierenden Orientierungsaufgaben enthält die vom Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Klagenfurt herausgegebene Publikation *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*².

Das Kompetenzmodell für Mathematik ist ein dreidimensionales Modell (Handlungsdimension, Inhaltsdimension, Komplexitätsdimension; siehe Abbildung 1).

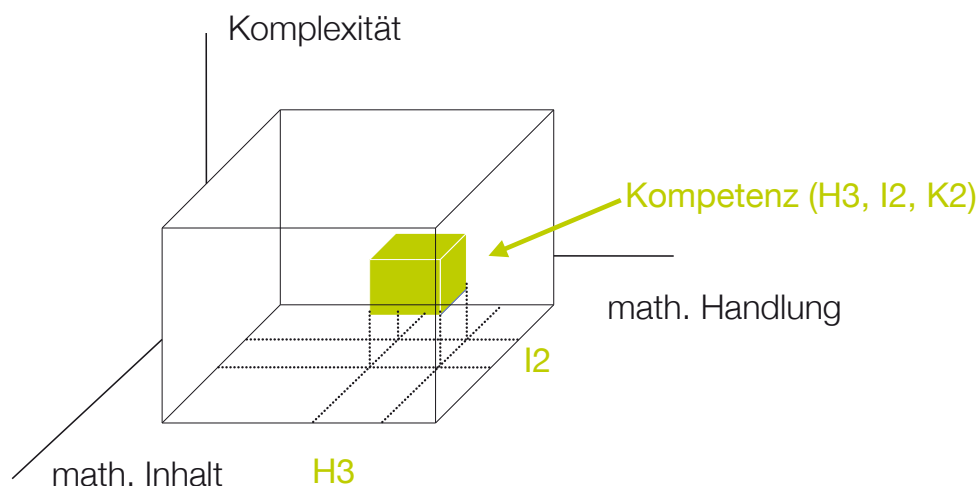


Abbildung 1 (nach Institut für Didaktik der Mathematik (Hrsg.) (2007). *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*. Klagenfurt)

Unter Kompetenzen werden hier längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten verstanden, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigen, bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben, sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen.

Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Art und Komplexität der erforderlichen Vernetzungen. Mathematische Kompetenzen haben somit eine Handlungsdimension (auf welche Art von Tätigkeit sie sich beziehen, also was getan wird), eine Inhaltsdimension (auf welche Inhalte sie sich beziehen, also womit etwas getan wird) und eine Komplexitätsdimension (bezogen auf die Art und den Grad der Vernetzungen).

¹ Verordnung der Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur über Bildungsstandards im Schulwesen (2009). In *BGBI. II Nr. 1/2009*. Verfügbar unter: http://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2009_II_1/BGBLA_2009_II_1.html [02.01.2009]

² Die folgenden Inhalte beruhen im Wesentlichen auf den Ausführungen dieser Publikation.

Für jede Dimension mathematischer Kompetenzen sind unterschiedliche Ausprägungen vorstellbar: Unterschiedliche mathematische Handlungen, unterschiedliche mathematische Inhalte sowie unterschiedliche Arten und Grade der Komplexität. Im hier verwendeten Modell mathematischer Kompetenzen werden „verwandte“ Handlungen zu Handlungsbereichen (H1, H2 ...), „verwandte“ Inhalte zu Inhaltsbereichen (I1, I2 ...) und „verwandte“ Arten bzw. Grade von Vernetzungen zu Komplexitätsbereichen (K1, K2 ...) zusammengefasst.

Dazu ein Beispiel: Eine spezifische Kompetenz ist die Fähigkeit zur Interpretation (Handlungsbereich) von mathematischen Darstellungen funktionaler Sachverhalte (Inhaltsbereich), wobei mehrere Fakten/Zusammenhänge/Darstellungen/Handlungen miteinander in Verbindung gebracht werden müssen (Komplexitätsbereich).

Die im Folgenden dargelegten mathematischen Standards M8 beschreiben jene mathematischen Kompetenzen in der Handlungs- und in der Inhaltsdimension, die die Schüler/innen bis zum Ende der 8. Schulstufe entwickelt und längerfristig verfügbar haben sollten.

Handlungsbereiche

Mathematisches Arbeiten umfasst vielfältige originär mathematische wie auch außer-mathematische (Denk-)Tätigkeiten, die meist eng miteinander vernetzt sind bzw. aufeinander bezogen werden müssen. Für die mathematischen Standards am Ende der 8. Schulstufe wurden die folgenden vier zentralen mathematischen Tätigkeiten bzw. Tätigkeitsbereiche identifiziert und sind als gleich bedeutsame Handlungsbereiche zu betrachten:

Handlungsbereich *Darstellen, Modellbilden* (H1)

Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.

Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (tabellarisch, grafisch, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen; zwischen Darstellungen oder Darstellungsformen wechseln
- Zeichnungen (mit Lineal oder Freihandskizze) einfacher geometrischer Figuren und Körper anfertigen
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen
- geeignete mathematische Mittel (Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien) und Lösungswege auswählen
- aus bekannten (z. B. auch elektronisch verfügbaren) mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln (modulares Arbeiten)

Handlungsbereich *Rechnen, Operieren* (H2)

Rechnen im engeren Sinn meint die Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint die regelhafte Umformung symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte.

Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z. B. geometrisches Konstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken mit ein.

Rechnen/Operieren schließt immer auch die verständige und zweckmäßige Auslagerung operativer Tätigkeiten an die verfügbare Technologie mit ein.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- elementare Rechenoperationen durchführen, potenzieren, Wurzel ziehen
- Maßeinheiten umrechnen
- in Terme und Gleichungen (Formeln) Zahlen einsetzen, Werte berechnen
- Terme, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen umformen
- Gleichungen und Ungleichungen lösen
- Ergebnisse abschätzen, sinnvoll runden, näherungsweise rechnen
- mit und in Tabellen oder Grafiken operieren
- elementare geometrische Konstruktionen durchführen

Handlungsbereich *Interpretieren* (H3)

Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- Werte aus Tabellen oder grafischen Darstellungen ablesen, sie im jeweiligen Kontext deuten
- tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten
- Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten
- mathematische Begriffe oder Sätze im jeweiligen Kontext deuten
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- tabellarische, grafische oder auch symbolische Rechnerdarstellungen angemessen deuten
- zutreffende und unzutreffende Interpretationen erkennen

Handlungsbereich *Argumentieren, Begründen* (H4)

Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache.

Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells oder einer Darstellung(sform), für oder gegen einen bestimmten Lösungsweg bzw. eine bestimmte Lösung, für oder gegen eine bestimmte Interpretation sprechen
- die Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, eines Lösungsweges, für eine Darstellung(sform), eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise/Interpretation argumentativ belegen
- mathematische Vermutungen formulieren und begründen (aufgrund deduktiven, induktiven oder analogen Schließens)
- mathematische Zusammenhänge (Formeln, Sätze) herleiten oder beweisen
- zutreffende und unzutreffende mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen; begründen, warum eine Argumentation oder Begründung (un-) zutreffend ist

Inhaltsbereiche

Die Inhalte wurden unter Bedachtnahme auf den derzeit gültigen Lehrplan ausgewählt und sind nach innermathematischen Gesichtspunkten zu folgenden vier Inhaltsbereichen zusammengefasst:

Inhaltsbereich *Zahlen und Maße* (I1)

Verschiedene Zahlen und Maße (insbesondere auch in lebenspraktischen Anwendungen); konkret:

- natürliche, ganze, rationale Zahlen
- Bruch- und Dezimaldarstellung rationaler Zahlen; Potenzschreibweise (mit ganzzahligen Exponenten), Wurzeln
- Rechenoperationen, Rechengesetze und -regeln
- Anteile, Prozente, Zinsen
- Maßeinheiten (für Längen, Flächeninhalte, Volumina, Massen, Zeiten und zusammengesetzte Größen)

Inhaltsbereich *Variable, funktionale Abhängigkeiten* (I2)

Variable, Terme und (Un-)Gleichungen; verschiedene Darstellungen funktionaler Zusammenhänge; konkret:

- Variable und Terme
- einfache Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen
- lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen
- verbale, tabellarische, grafische und symbolische Darstellung funktionaler Zusammenhänge; direkte und indirekte Proportionalität

Inhaltsbereich *Geometrische Figuren und Körper* (I3)

Grundlegende geometrische Begriffe; einfache geometrische Figuren und Körper, deren Eigenschaften und Darstellung (Zeichnung, Konstruktion); konkret:

- Punkt, Gerade, Ebene; Strecke, Winkel; Parallele, Normale
- Symmetrie, Ähnlichkeit
- Dreiecke, Vierecke, Kreis
- Würfel, Quader, Prismen, Pyramiden
- Satz von Pythagoras
- Umfangs-, Flächen-, Oberflächen- und Volumsformeln

Inhaltsbereich *Statistische Darstellung und Kenngrößen* (I4)

Tabellarische und grafische Darstellungen statistischer Daten; konkret:

- tabellarische Darstellung statistischer Daten
- Durchschnittsberechnungen
- Stabdiagramm, Kreisdiagramm, Streifendiagramm, Piktogramm, Liniendiagramm, Streudiagramm
- absolute und relative Häufigkeiten
- arithmetisches Mittel, Median, Quartile
- Spannweite, Quartilsabstand

Komplexitätsbereiche

Mathematische Anforderungen bzw. die zu ihrer Bewältigung erforderlichen Kompetenzen können sich nicht nur hinsichtlich der erforderlichen Handlung und hinsichtlich des mathematischen Inhalts, sondern sehr wesentlich auch hinsichtlich der zu bewältigenden Komplexität unterscheiden: Manche Problemstellungen erfordern lediglich die direkte Anwendung eines Begriffes, Satzes oder Verfahrens bzw. die Ausführung einer elementaren mathematischen Tätigkeit. Andere Aufgabenstellungen hingegen verlangen eine geeignete Kombination und Vernetzung mehrerer mathematischer Begriffe, Sätze oder Tätigkeiten. Wieder andere Aufgaben erfordern ein Nachdenken über Eigenschaften und Zusammenhänge, die am gegebenen mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar erkennbar sind.

Die Komplexitätsdimension der mathematischen Standards versucht diesen unterschiedlichen Komplexitätsanforderungen Rechnung zu tragen; sie umfasst folgende drei Bereiche:

Komplexitätsbereich *Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten* (K1)

Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten meint die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen, Verfahren und Darstellungen. In der Regel ist nur reproduktives mathematisches Wissen und Können oder die aus dem Kontext unmittelbar erkennbare direkte Anwendung von mathematischen Kenntnissen bzw. Fertigkeiten geringer Komplexität erforderlich.

Komplexitätsbereich *Herstellen von Verbindungen* (K2)

Das *Herstellen von Verbindungen* ist erforderlich, wenn der mathematische Sachverhalt und die Problemlösung komplexer sind, sodass mehrere Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungen bzw. Darstellungsformen (aus verschiedenen mathematischen Gebieten) oder auch verschiedene mathematische Tätigkeiten in geeigneter Weise miteinander verbunden werden müssen.

Komplexitätsbereich *Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren (K3)*

Reflektieren meint das Nachdenken über Zusammenhänge, die aus dem dargelegten mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar ablesbar sind. Reflektieren umfasst das Nachdenken über eine mathematische Vorgehensweise (Lösungsweg/Lösung, Alternativen), über Vor- und Nachteile von Darstellungen/Darstellungsformen bzw. über mathematische Modelle (Modellannahmen, Idealisierungen, Aussagekraft, Grenzen des Modells, Modellalternativen) im jeweiligen Kontext sowie das Nachdenken über (vorgegebene) Interpretationen, Argumentationen oder Begründungen. *Reflexionswissen* ist ein anhand entsprechender Nachdenkprozesse entwickeltes Wissen über Mathematik. Reflexion(swissen) kann in vielfältiger Weise sichtbar werden: durch Dokumentation von Lösungswegen, durch entsprechende Entscheidungen, oft aber auch durch entsprechende Argumentationen und Begründungen.

Die Komplexität einer Aufgabe beeinflusst die objektive Anforderung, sie ist jedoch kein Maß für die subjektive oder psychometrische Schwierigkeit!