

## „Fairer Vergleich“

Technische Dokumentation – BIST-Ü Mathematik,  
4. Schulstufe, 2013



Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung  
des österreichischen Schulwesens  
Alpenstraße 121 / 5020 Salzburg  
[www.bifie.at](http://www.bifie.at)

**„Fairer Vergleich“**

**Technische Dokumentation – BIST-Ü Mathematik, 4. Schulstufe, 2013\***

BIFIE | Department Bildungsstandards & Internationale Assessments (BISTA),  
Salzburg 2014

\* Der ursprüngliche Titel der Publikation lautete: „*Fairer Vergleich*“ in der *BIST-Ü-M4 2013. Technische Dokumentation*.

Der Text sowie die Aufgabenbeispiele dürfen für Zwecke des Unterrichts in österreichischen Schulen sowie von den Pädagogischen Hochschulen und Universitäten im Bereich der Lehreraus-, Lehrerfort- und Lehrerweiterbildung in dem für die jeweilige Lehrveranstaltung erforderlichen Umfang von der Homepage ([www.bifie.at](http://www.bifie.at)) heruntergeladen, kopiert und verbreitet werden. Ebenso ist die Vervielfältigung der Texte und Aufgabenbeispiele auf einem anderen Träger als Papier (z. B. im Rahmen von Power-Point-Präsentationen) für Zwecke des Unterrichts gestattet.

# Inhaltsverzeichnis

---

## **3 1 Kovariaten**

**3** 1.1 Auswahl der Kovariaten

**4** 1.2 Umgang mit fehlenden Werten

**5** 1.3 Sozialstatus

---

## **6 2 Berechnung der Erwartungswerte**

## **8 3 Berechnung des Erwartungsbereichs**

---

## **9 Literatur**



Der „faire Vergleich“ (FV) ist ein Instrument, welches zum Vergleich von Schulleistungen unter Berücksichtigung von Kovariaten eingesetzt wird (Fiege, Reuther & Nachtigall, 2011). Dies scheint notwendig, da eine Vielzahl aktueller Studien (vgl. z. B. Hattie, 2009) zeigen konnte, dass Schülerleistungen nicht nur der Schule zugeschrieben werden können, sondern ebenso abhängig von Kovariaten (wie z. B. Bildung, Beruf und Einkommen der Eltern) sind. Deswegen wird beim fairen Vergleich der Einfluss dieser Kovariaten statistisch berücksichtigt, wodurch der reine Beitrag der Schule an den Testleistungen erkennbar wird. Liegt eine Schule über dem für sie bestimmten Erwartungsbereich, so leistet sie in Anbetracht ihrer Hintergrundmerkmale bzw. Kovariaten mehr, als von ihr erwartet wird. Die Interpretation für Schulen, die im oder unter ihrem Erwartungsbereich liegen, lässt sich analog anpassen.

Der FV wird in der österreichischen Bildungsstandardtestung in Mathematik (BIST-Ü-M4) für Schulen und für Unterrichtsgruppen eingesetzt. Gewählt wurde ein Verfahren auf Basis regressionsanalytischer Berechnungen (vgl. Abschnitte 2 und 3), in welchem die jeweiligen Schul- bzw. Gruppenleistungswerte mit einem Erwartungsbereich verglichen werden (Robitzsch, 2009). Für die Berechnung der Regressionsanalysen müssen zunächst die relevanten Kovariaten gewählt werden (vgl. Abschnitt 1).

## 1 Kovariaten

In einem ersten Schritt werden die Kovariaten, die in die Modelle des FV eingehen sollen, aus allen erhobenen Kovariaten ausgewählt (vgl. Abschnitt 1.1). In einem zweiten Schritt werden fehlende Werte in den gewählten Kovariaten mittels eines multivariaten Mehrebenenmodells imputiert (vgl. Abschnitt 1.2). Während dieser Imputation wird auch die Variable „Sozialstatus“ auf Schülerebene berechnet (vgl. Abschnitt 1.3).

### 1.1 Auswahl der Kovariaten

Aus den in der BIST-Ü-M4 erhobenen Kovariaten wurden anhand qualitativer Merkmale 11 Kovariaten als erheblich für den Einfluss auf die Schul- bzw. Gruppenleistung erachtet (vgl. Tabelle 1). Relevant bei der Auswahl der Kovariaten ist, dass davon ausgegangen wird, dass die Schulen bzw. Gruppen (d. h. Lehrpersonen) keinen Einfluss auf die Ausprägung dieser Kovariaten haben. Eine detaillierte Beschreibung der Kovariaten ist im Kapitel „Hintergrundvariablen“ zu finden.

Bezug	Kovariate	Beschreibung	Werte
Standort	Urbanisierungsgrad	Grad der Urbanisierung am Schulstandort	1, 2, 3
Schule	Privatschule	Schulträger	1, 2
	Schulgröße	Anzahl Schüler in Schule	Anzahl
Gruppen	Gruppengröße	Anzahl Schüler in Unterrichtsgruppe	Anzahl
Schüler	Migrationshintergrund	Schüler mit Migrationshintergrund	1, 2
	Erstsprache	Schüler, deren Erstsprache <i>nicht</i> Deutsch ist	1, 2
	Elternausbildung	Bildung der Eltern	1, 2, 3, 4
	HISEI	Beruflicher Status der Eltern	19–60
	Bücher	Anzahl der Bücher im Haushalt	1, 2, 3, 4, 5
	Geschlecht	dichotom	1, 2
	Ausgeschlossen	vom Test ausgeschlossene Schüler	1, 2

Tabelle 1: Kovariaten im FV mit Kurzbeschreibung und Anzahl ihrer Kategorien.

Zu den gewählten Kovariaten sind die folgenden drei Anmerkungen notwendig:

- Bei der Kovariate „Schulgröße“ wird, analog zum Vorgehen in der BIST-Ü-M8 im Jahre 2012, die logarithmierte Anzahl der Schüler verwendet.
- Die Kovariaten „Migrationshintergrund“, „Erstsprache“, „HISEI“ und „Bücher“ werden sowohl im Schüler- wie auch im Elternfragebogen erhoben. In die Modelle des FV gehen die Informationen aus beiden Fragebögen ein, indem Mittelwerte gebildet werden.
- Die Kovariate „Ausgeschlossen“ wird für den FV auf Schulebene in etwas abgewandelter Form im Vergleich zur Unterrichtsgruppenebene verwendet. Während auf Gruppenebene die absolute Anzahl der in der Gruppe von der BIST-Ü-M4 ausgeschlossenen Schüler in das Modell einfließt, wird auf Schulebene der Prozentsatz der in der Schule ausgeschlossenen Schüler eingesetzt. Mit dieser Transformation werden auf Schulebene Schulgrößen-Effekte bereinigt. Auf Unterrichtsgruppenebene erscheint die Transformation nicht notwendig, da die Größe der Unterrichtsgruppen weniger stark schwankt.

## 1.2 Umgang mit fehlenden Werten

Die für den FV ausgewählten Kovariaten auf Individualebene (Schülerebene) enthalten fehlende Werte (Missings). Einen Überblick über den Anteil der fehlenden Werte pro Kovariate gibt Tabelle 2. Da fehlende Werte zu verzerrten Parameterschätzungen führen können (Little & Rubin, 2002), wurden die Werte unter Einbeziehung vorhandener Information imputiert. Die Imputation wurde mit dem R-Paket 'pan' (R Core Team, 2012; Schafer, 2007) durchgeführt.

Kovariate	Mittelwert	Missinganteil	Bemerkung
Urbanisierungsgrad	2.05	0.00	
Privatschule	0.05	0.00	
Schulgröße	3.50	0.00	logarithmierte Werte
Gruppengröße	18.33	0.00	
Migrationshintergrund	0.19	1.42	Schülerfragebogen
Migrationshintergrund	0.18	7.59	Elternfragebogen
Erstsprache (Dummy-kodiert)	0.17	1.79	Schülerfragebogen
Erstsprache (Dummy-kodiert)	0.14	7.31	Elternfragebogen
Elternausbildung	2.64	7.60	Elternfragebogen
HISEI	47.33	4.87	Schülerfragebogen
HISEI	50.31	21.22	Elternfragebogen
Bücher	3.29	1.97	Schülerfragebogen
Bücher	3.50	7.27	Elternfragebogen
Geschlecht	0.49	0.01	
Ausgeschlossene Schüler	0.59	0.00	Gruppenebene, absolut
Ausgeschlossene Schüler	3.38	0.00	Schulebene, prozentual

Tabelle 2: Missinganteile bei den für die Imputation eingesetzten Kovariaten.

Zur Imputation der fehlenden Werte wurde ein multivariates Mehrebenenmodell genutzt, indem für jede Einheit  $j$ ,  $j = 1, \dots, J$ ,

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} + \mathbf{1}\mathbf{b}_j + \boldsymbol{\epsilon}_j$$

gilt (Laird & Ware, 1982). In dieser Schreibweise ist  $\mathbf{y}_j$  die  $n_j \times p_1$ -Matrix der  $p_1$ -abhängigen Kovariaten. Wir gehen davon aus, dass jedes Element  $y_{ji}$  des Vektors  $\mathbf{y}_j$  genau einer Einheit  $j$ ,  $j = 1, \dots, J$ , (hier: Schule

oder Gruppe) zugehörig ist. Die gestapelte Matrix  $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_j]$  nach der Reihenfolge der Einheitenzugehörigkeit sortiert ist. Für den Gesamtstichprobenumfang gilt  $N = \sum_{j=1}^J n_j$ . Die abhängigen Variablen in  $\mathbf{y}_j$  dürfen fehlende Werte enthalten. Die  $n_j \times p_2$ -Matrix  $\mathbf{X}_j$  enthält die  $p_2$ -unabhängigen Prädiktorvariablen. Passend dazu bezeichnet die  $p_2 \times p_1$ -Matrix  $\boldsymbol{\beta}$  die Matrix der Regressionskoeffizienten. Während  $\boldsymbol{\beta}$  nur Regressionskoeffizienten enthält, die für alle  $N$  Schüler gleichsam gelten (fixed effects), enthält  $\mathbf{b}_j$  nur einheitsspezifische Regressionskoeffizienten (random effects). Bei der Umsetzung des Modells bzw. der Imputation wurde wie folgt vorgegangen:

- Die Schulen bzw. Gruppen werden als Einheiten  $j$  definiert, da Schüler einer Schule oder Gruppe ähnliche Werte aufweisen.
- Die Matrix  $\mathbf{y}_j$  enthält folgende Variablen: „Migrationshintergrund“, „Erstsprache“ (in Dummykodierter und 3-stufig kategorial kodierter Variante), „HISEI“, und „Bücher“ (alle aus Eltern- und Schülerfragebogen), sowie „Elternausbildung“, „Geschlecht“, „Schulgröße“, „Sprengelschule“ und den individuellen Leistungswert (TWLE). Einige der hier genutzten Variablen werden für die Modelle des FV nicht weiter genutzt (genauer: die 3-stufig kategorialen Variablen „Erstsprache“ und „Sprengelschule“), sie dienen bei der Imputation aber als zusätzlich informationsgebend.
- Die Matrix  $\mathbf{X}_j$  enthält die Kovariaten „Urbanisierungsgrad“, „Privatschule“, „Gruppengröße“ und „Anzahl ausgeschlossener Schüler“.

Zur Imputation der fehlenden Werte in  $\mathbf{y}_j$  wird ein Gibbs-Sampler für das multivariate Mehrebenenmodell eingesetzt (Schafer, 1997). Bei der Nutzung dieses Verfahrens gehen wir davon aus, dass die fehlenden Werte zufällig auftreten (Missing at Random; Rubin, 1976).

Das oben beschriebene Verfahren lässt sich weiter aufgliedern: Zum einen wird das Imputationsverfahren in fünf separaten Modellen durchgeführt, wobei diese durch die Variable „Gemeindegröße am Schulstandort“ definiert werden. Die Kategorisierung der Variablen „Gemeindegröße“ ist Tabelle 3 zu entnehmen. Durch dieses Vorgehen werden spezifische Zusammenhänge zwischen den Variablen in gleichen Gemeindegrößen berücksichtigt. Zum anderen wird das Imputationsverfahren für jede der fünf Gemeindegrößen 50-mal durchgeführt, um Unsicherheiten bei der Imputation zu berücksichtigen. Es resultieren 50 imputierte Datensätze für jede der fünf Gemeindegrößen, d. h. 250 Datensätze. Zuletzt werden für jede der 50 Durchführungen die Ergebnisse der fünf Modelle zu jeweils einem Gesamtdatensatz auf Schul- bzw. Gruppenebene aggregiert, d. h. die Imputation endet mit jeweils 50 Datensätzen auf Schul- und Gruppenebene.

Kategorie	Einwohner	# Gruppen	# Schulen
Gemeindegröße 1	bis 1500	905	881
Gemeindegröße 2	1501–3000	1016	793
Gemeindegröße 3	3001–20000	1569	800
Gemeindegröße 4	20001–100000	364	176
Gemeindegröße 5	ab 100001	1060	399

Tabelle 3: Kategorien des Faktors „Gemeindegröße am Schulstandort“.

### 1.3 Sozialstatus

Auf Grundlage der imputierten Datensätze wird die Kovariate „Sozialstatus“ auf Schülerebene gebildet. Der Sozialstatus eines Schülers ergibt sich als Mittelwert der z-standardisierten Variablen „HISEI“, „Bücher“ und „Elternausbildung“. Für die Variablen „HISEI“ und „Bücher“ wird im Vorfeld der Mittelwert aus ihren Realisationen im Schüler- und dem Elternfragebogen gebildet. Um weiterhin die Variable „Sozialstatus“ einer Schule bzw. Gruppe zu bestimmen, werden die oben genannten Kovariaten zunächst aggregiert und dann der Mittelwert aus den 50 Imputationen gebildet. Die z-standardisierte Variable „Sozialstatus“ wird im Folgenden für die weiteren Berechnungen der FV-Modelle genutzt. Für Detailinformationen zur Berechnung der Variable „Sozialstatus“ siehe das Kapitel „Hintergrundvariablen“.

## 2 Berechnung der Erwartungswerte

Ziel dieses Abschnitts ist es, für jede Schule bzw. jede Unterrichtsgruppe (im Folgenden: Einheit) entsprechend ihrer vorliegenden Ausprägungen in den gewählten Kovariaten erwartete Leistungswerte zu bestimmen, und zwar sowohl für die Gesamtleistung als auch für die Leistungen in den Kompetenzbereichen. Aus Gründen der Kohärenz werden die folgenden Modelle nur für Einheiten mit mindestens fünf Schülern berechnet. Diese Grenze gilt speziell auch für die Kompetenzbereiche, so dass die Modelle nur für Einheiten erstellt werden, in denen mindestens fünf Schüler eine Rückmeldung in den Kompetenzbereichen erhalten haben. Erhalten weniger als fünf Schüler eine Rückmeldung in den Kompetenzbereichen (z. B. durch vorzeitigen Abbruch des Tests wegen Krankheit), aber mindestens fünf Schüler eine Rückmeldung für die Gesamtleistung, so werden keine Modelle für die Kompetenzbereiche, aber ein Modell für den Gesamtwert berechnet.

Für die Berechnung der Erwartungswerte wird für jeden der 50 imputierten Datensätze (vgl. Abschnitt 1.2) ein lineares Regressionsmodell

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{X}_j^{(k)} \boldsymbol{\beta}^{(k)} + \boldsymbol{\epsilon}_j^{(k)}, \quad k = 1, \dots, 50,$$

gebildet. Dabei sei die abhängige Variable  $\mathbf{y}_j$  jeweils durch die Leistungswerte (Gesamtleistung oder Leistung im Kompetenzbereich) einer Einheit  $j$  definiert und die unabhängigen Variablen  $\mathbf{X}_j^{(k)}$  durch die in Abschnitt 1.1 ausgewählten Kovariaten mit Realisationen aus dem  $k$ -ten imputierten, zu Einheit  $j$  zugehörigen Datensatz. Bei den ausgewählten Kovariaten bleibt anzumerken, dass die Kovariaten „HISEI“, „Bücher“ (jeweils aus Eltern- und Schülerfragebogen) und „Elternausbildung“ in die neue Kovariate „Sozialstatus“ eingeflossen sind (vgl. Abschnitt 1.3) und in dieser neuen Form in den Regressionsmodellen eingesetzt werden. Des Weiteren wird die Variable „Gemeindegröße“ (vgl. Abschnitt 1.2) als fünfstufiger Faktor in die Regressionsmodelle aufgenommen, um Zusammenhänge zwischen den Kovariaten von Einheiten in gleichen Gemeindegrößen aufzufangen. Für den Faktor „Gemeindegröße“ werden Haupteffekte wie auch Wechselwirkungen mit allen anderen unabhängigen Variablen geschätzt, während für die verbleibenden unabhängigen Variablen nur Haupteffekte bestimmt werden.

Via Least-Squares-Schätzmethode werden in jedem der Regressionsmodelle zunächst die Regressionskoeffizienten  $\boldsymbol{\beta}^{(k)}$  durch  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(k)}$  geschätzt. Die über alle 50 Imputationen gemittelten Regressionskoeffizienten

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(k)}$$

auf Schul- bzw. Gruppenebene sind Tabelle 4 zu entnehmen.

Parameter	Gruppe			Schule		
	$\hat{\beta}$	SE( $\hat{\beta}$ )	sig.	$\hat{\beta}$	SE( $\hat{\beta}$ )	sig.
Intercept	555.74	42.11	*	560.25	41.07	*
Gemeindegröße 2	-13.42	45.64		-30.64	45.40	
Gemeindegröße 3	-6.63	43.04		-8.35	42.67	
Gemeindegröße 4	-87.60	46.47		-98.40	48.01	
Gemeindegröße 5	-38.26	44.57		-53.44	46.36	
Migrationshintergrund	-83.56	27.45	*	-83.26	26.66	*
Erstsprache	47.55	28.67		44.22	27.98	
Sozialstatus	48.73	4.23	*	48.01	4.09	*
Geschlecht	1.24	8.51		0.31	8.22	
Anzahl ausgeschlossener Schüler	-2.03	2.34		-1.38	9.98	
Schulgröße	1.28	8.10		-53.44	46.36	



Privatschule	-86.78	40.59	*	-92.44	38.21	*
Gruppengröße	-0.70	0.84		-0.46	0.97	
Urbanisierungsgrad 2	-6.89	40.36		-7.97	38.47	
Urbanisierungsgrad 3	1.83	40.12		0.76	38.22	
Gemeindegröße 2 * Migrationshintergrund	52.92	37.45		47.65	40.62	
Gemeindegröße 3 * Migrationshintergrund	52.96	31.17		54.5	36.84	
Gemeindegröße 4 * Migrationshintergrund	96.72	35.97	*	143.39	50.04	*
Gemeindegröße 5 * Migrationshintergrund	68.95	29.87	*	63.69	36.22	
Gemeindegröße 2 * Erstsprache	-103.06	39.07	*	-104.58	42.57	*
Gemeindegröße 3 * Erstsprache	-64.03	32.53		-82.89	38.83	*
Gemeindegröße 4 * Erstsprache	-50.63	38		-84.86	53.19	
Gemeindegröße 5 * Erstsprache	-75.1	30.85	*	-79.11	36.4	*
Gemeindegröße 2 * Sozialstatus	-0.12	5.94		-4.75	6.37	
Gemeindegröße 3 * Sozialstatus	-4.93	5.14		-9.6	6.08	
Gemeindegröße 4 * Sozialstatus	14.03	6.79	*	17.71	9.52	
Gemeindegröße 5 * Sozialstatus	2.29	5.24		-0.09	7.14	
Gemeindegröße 2 * Geschlecht	-3.6	12.94		3.96	13.71	
Gemeindegröße 3 * Geschlecht	-21.85	11.91		-33.72	14.54	*
Gemeindegröße 4 * Geschlecht	-12.04	19.28		0.89	27.19	
Gemeindegröße 5 * Geschlecht	-13.87	13.76		24.47	22.82	
Gemeindegröße 2 * Anzahl ausgeschlossener Schüler	4.83	2.8		49.13	98.64	
Gemeindegröße 3 * Anzahl ausgeschlossener Schüler	0.87	2.51		-25.78	104.79	
Gemeindegröße 4 * Anzahl ausgeschlossener Schüler	1.55	2.74		171.37	177.05	
Gemeindegröße 5 * Anzahl ausgeschlossener Schüler	0.96	2.48		-112.82	115.49	
Gemeindegröße 2 * Schulgröße	3.46	8.81		9.52	10.85	
Gemeindegröße 3 * Schulgröße	-3.34	8.47		6.68	10.63	
Gemeindegröße 4 * Schulgröße	6.9	9.73		7.05	12.45	
Gemeindegröße 5 * Schulgröße	7.32	8.79		10.77	11.26	
Gemeindegröße 2 * Privatschule	91.15	49.81		102.32	47.2	*
Gemeindegröße 3 * Privatschule	58.26	41.4		70.38	39.5	
Gemeindegröße 4 * Privatschule	60	41.57		59.26	40.09	
Gemeindegröße 5 * Privatschule	85.52	40.8	*	86.2	38.7	*
Gemeindegröße 2 * Gruppengröße	0.58	0.92		0.02	1.07	*
Gemeindegröße 3 * Gruppengröße	0.9	0.9		-0.33	1.1	
Gemeindegröße 4 * Gruppengröße	1.66	1.08		1.65	1.41	
Gemeindegröße 5 * Gruppengröße	0.1	0.9		-0.36	1.21	*
Gemeindegröße 2 * Urbanisierungsgrad 2	0.87	42.86		7.64	41.65	
Gemeindegröße 3 * Urbanisierungsgrad 2	15.39	40.53		14.56	38.88	
Gemeindegröße 4 * Urbanisierungsgrad 2	20.11	40.65		21.26	39.06	
Gemeindegröße 2 * Urbanisierungsgrad 3	-1.93	42.62		5.15	41.41	
Gemeindegröße 3 * Urbanisierungsgrad 3	5.7	40.31		2.94	38.68	
Gemeindegröße 4 * Urbanisierungsgrad 3	25.66	40.91		31.45	39.68	

Tabelle 4: Mittlere Regressionskoeffizienten, mittlere Standardfehler der Regressionskoeffizienten und Signifikanzen für die Parameter in den Imputationsmodellen auf Gruppen- und Schulebene.

Auf Gruppenebene weisen die 50 Regressionsmodelle ein mittleres  $R^2$  von 0.38 auf, auf Schulebene liegt das mittlere  $R^2$  bei 0.31.

Weiterhin werden für jede Einheit  $j$  und jede der 50 Imputationen die erwarteten Leistungswerte

$$\hat{y}_j^{(k)} = X_j^{(k)} \hat{\beta}^{(k)}, \quad k = 1, \dots, 50,$$

für die Gesamtleistung und die Leistung in jedem Kompetenzbereich geschätzt. Durch Mittelwertbildung

$$\bar{\hat{y}}_j = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} \hat{y}_j^{(k)}$$

über die 50 Schätzungen für eine Einheit entsteht der geschätzte Leistungswert oder Erwartungswert der jeweiligen Einheit, dessen Standardfehler sich durch

$$\overline{\text{SE}}(\hat{y}_j) = \sqrt{\frac{1}{n_j - 1} \sum_{k=1}^{50} (\hat{y}_j^{(k)} - \bar{\hat{y}}_j)^2}$$

berechnen lässt. Tabelle 5 gibt Information über die mittlere Standardabweichung

$$\overline{\text{SE}}(\hat{y}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^J \sqrt{\frac{1}{n_j - 1} \sum_{k=1}^{50} (\hat{y}_j^{(k)} - \bar{\hat{y}}_j)^2}$$

zwischen den jeweils 50 Schätzungen innerhalb einer Einheit (mittlere Imputationsvarianz), aufgeteilt nach Kompetenzbereichen. In der Formel bezeichnet wieder  $n_j$  die Anzahl der Schüler in Einheit  $j$ ,  $J$  die Anzahl der Einheiten und  $N = n_1 + \dots + n_J$  die Anzahl aller Schüler. Die Werte  $\overline{\text{SE}}(\hat{y})$  geben Auskunft über die Unsicherheit in der Bestimmung der Erwartungswerte aufgrund der Imputation.

		Gruppe	Schule
Gesamt		1.55	1.21
Allgemeine mathematische Kompetenzen	Modellieren (AK1)	1.45	1.15
	Operieren (AK2)	1.50	1.17
	Kommunizieren (AK3)	1.51	1.21
	Problemlösen (AK4)	1.54	1.21
Inhaltliche mathematische Kompetenzen	Arbeiten mit Zahlen (IK1)	1.38	1.08
	Arbeiten mit Operationen (IK2)	1.50	1.18
	Arbeiten mit Größen (IK3)	1.50	1.20
	Arbeiten mit Ebene und Raum (IK4)	1.52	1.19

Tabelle 5: Mittlere Imputationsvarianz der Leistungsschätzwerte für Gruppen und Schulen, aufgeteilt nach Kompetenzbereichen.

### 3 Berechnung des Erwartungsbereichs

Ziel dieses Abschnitts ist, einen Bereich um die geschätzten Leistungswerte (Erwartungswerte) einer Einheit zu definieren, anhand dessen beschrieben werden kann, ob eine Einheit, gegeben ihrer Kovariaten, mehr, weniger oder so viel, wie von ihr erwartet wird, leistet. Für diese Klassifikation wird nicht direkt der Vergleich zwischen Erwartungswert und tatsächlichem Leistungswert einer Einheit herangezogen, da die Schätzung des Erwartungswerts wie in Abschnitt 2 durchgeführt messfehlerbehaftet ist.

Um praktisch bedeutsame Abweichungen zu definieren, wird der Erwartungsbereich in der BIST-Ü-M4 nach einer rein qualitativen Verteilungsannahme definiert, bei der 25 % der Einheiten unter, 25 % über, und 50 % im Erwartungsbereich liegen sollen. Dieses Vorgehen weicht vom Verfahren in den Baseline-Studien ab (Robitzsch, 2011), in denen Konfidenzintervalle für den Erwartungswert bestimmt wurden. Weiterhin soll der Erwartungsbereich für die Gesamtleistung und in den Kompetenzbereichen gleich groß sein. In der BIST-Ü-M4 ergab sich ein Erwartungsbereich, der 50 Punkte umfasst. Tabelle 6 zeigt, wie viele Einheiten bei der BIST-Ü-M4 über, unter und im Erwartungsbereich liegen, jeweils aufgeteilt nach Kompetenzbereichen.

Kompetenz	Gruppen (N = 4914)				Schulen (N = 3050)			
	unter EB	im EB	über EB	ohne EB	unter EB	im EB	über EB	ohne EB
Gesamt	1193	2226	1212	283	677	1468	688	217
AK1	1139	2306	1186	283	663	1492	678	217
AK2	1264	2083	1284	283	711	1396	726	217
AK3	1275	2081	1275	283	738	1363	732	217
AK4	1265	2091	1275	283	748	1372	713	217
IK1	1141	2313	1177	283	646	1525	662	217
IK2	1242	2140	1249	283	687	1456	690	217
IK3	1241	2099	1291	283	710	1404	719	217
IK4	1332	2022	1277	283	763	1345	725	217

Tabelle 6: Anzahl der Schulen bzw. Gruppen, die über, unter und im Erwartungsbereich liegen bzw. die aufgrund niedriger Schüleranzahlen (weniger als 5) nicht klassifiziert wurden.

## Literatur

Fiege, C., Reuther, F. & Nachtigall, C. (2011). Faire Vergleiche? – Berücksichtigung von Kontextbedingungen des Lernens beim Vergleich von Testergebnissen aus deutschen Vergleichsarbeiten. *Zeitschrift für Bildungsforschung*, 2, 133–149.

Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.

Laird, N. & Ware, J. (1982). Random-effects models for longitudinal data. *Biometrika*, 38, 963–974.

Little, R. J. & Rubin, D. B. (2002). *Statistical analysis with missing data*. Hoboken, NJ: Wiley.

R Core Team (2012). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.

Robitzsch, A. (2009). *Technischer Anhang zur Rückmeldung Baseline 8 Mathematik 2009*. Technical Report Bundesinstitut Bife Salzburg.

Robitzsch, A. (2011). *Technischer Anhang zur Rückmeldung der Baseline-Testung der 4. Schulstufe (2010)*. Technical Report Bundesinstitut Bife, Salzburg.

Rubin, D. (1976). Inference and missing data. *Biometrika*, 63, 581–592.

Schafer, J. L. (1997). *Imputation of missing covariates under a multivariate linear mixed model*. Technical Report Department of Statistics, Pennsylvania State University.

Schafer, J. L. (2007). *pan: Multiple imputation for multivariate panel or clustered data*. R package version 0.2–4.

